ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. δ

Α3. γ

Α4. β

Α5.

α)Σ

β)Λ

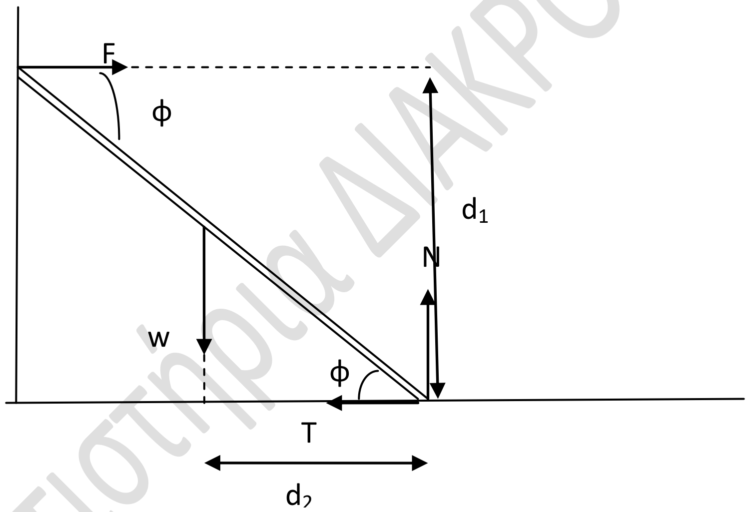
γ)Σ

δ)Σ

ε)Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.



α) Σωστή απάντηση είναι η (ii).

Β) Στην ράβδο ασκούνται οι δυνάμεις, F κάθετη αντίδραση από τον λείο κατακόρυφο τοίχο, w λόγω του βάρους της, T η δύναμη της τριβής με το οριζόντιο τραχύ δάπεδο και N η κάθετη αντίδραση από το τραχύ δάπεδο. Ονομάζουμε L μήκος της ράβδου

Η ράβδος ισορροπεί. Θεωρούμε θετική της φορά περιστροφής αντίθετα των δεικτών του ρολογιού και υπολογίζουμε τη συνισταμένη ροπή ως προς το σημείο επαφής της ράβδου με το τραχύ δάπεδο. Έχουμε:

$\Sigma\vec{F}_x=\vec{0}$ $\qquad$ $\Sigma\vec{F}_y=\vec{0}$ $\qquad$ $\Sigma\vec{\tau}=\vec{0}$

η ελάχιστη τιμή της

$F-T=0$ $\qquad$ $N-w=0$ $\qquad$ $\tau_F+\tau_W+\tau_N+\tau_T=0$

εφαπτομένης της γωνίας

$T=F\ (1)$ $\qquad$ $N=w\ (2)$ $\qquad$ $\tau_w-\tau_F=0$ $\qquad$ ***εμφανίζεται όταν η***

$F L ημφ = w\frac{L}{2}συνθ\ (3)$

στατική τριβή παίρνει

τη μέγιστη τιμή της:
T_{max}=μΝ (4)
Η σχέση (3) μέσω των σχέσεων (1), (2), θα δώσει:
Τημφ=$\frac{N}{2}$συνφ όμως λόγω της (4)
μΝημφ=$\frac{N}{2}$ συνφ
εφφ=$\frac{1}{2\mu}$
Άρα σωστή απάντηση είναι η (ii).

Β2.
Απο εξίσωση Bernoulli απο Η εως θεση 2

$$\rho g H=\frac{1}{2}.\rho.\upsilon_2^2$$

Εξισωση συνεχειας $A_1.\upsilon_1=A_2.\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2=2.\upsilon_1$

Η πίεση στο σημείο 1 θα είναι :

$$P_1=P_{atm}+\rho.g.h+\frac{w}{A}$$

Απο εξίσωση Bernoulli απο θέση 1 εως θεση 2 :

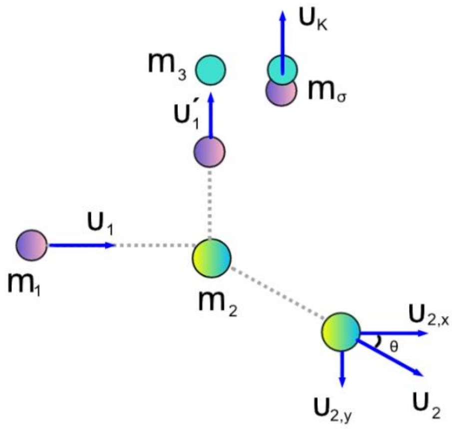
$$P_{atm}+\rho.g.h+\frac{w}{A}+\frac{1}{2}.\rho.\upsilon_1^2=P_{atm}+\frac{1}{2}.\rho.\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\rho.g.\frac{H}{4}+\frac{w}{A}+\frac{1}{2}.\rho.\frac{\upsilon_2^2}{4}=\frac{1}{2}.\rho.\upsilon_2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho.g.\frac{H}{4}+\frac{w}{A}=\frac{3}{4}.\frac{1}{2}.\rho.\upsilon_2^2=\frac{3}{4}.\rho.g.H \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{w}{A}=\frac{3}{4}.\rho.g.H-\rho.g.\frac{H}{4}=\rho.g.\frac{H}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow w=\rho.g.A.\frac{H}{2}$$

Άρα σωστή απάντηση είναι το (ι)

Β3

Πρώτη κρούση πλάγια, εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής σε άξονες x και y:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu,x} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha},x} \Rightarrow \; m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon'_{2,x} \Rightarrow \; m_1\upsilon = m_2\upsilon'_2\,\sigma\upsilon\nu 30^\circ \Rightarrow$$

$$m\upsilon = 2m\upsilon'_2\frac{\sqrt{3}}{2} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{\upsilon'_2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}\upsilon}$$

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu,y} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha},y} \;\;\Rightarrow\;\; 0 = m_1\upsilon'_1 - m_2\upsilon'_{2,y} \Rightarrow$$

$$m\upsilon'_1 = 2m\upsilon'_2\,\eta\mu 30^\circ \;\Rightarrow \upsilon'_1 = 2\upsilon'_2\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \upsilon'_1 = \upsilon'_2 \Rightarrow \upsilon'_1 = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}\upsilon}$$

Δεύτερη κρούση, πλαστική, εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης της ορμής:

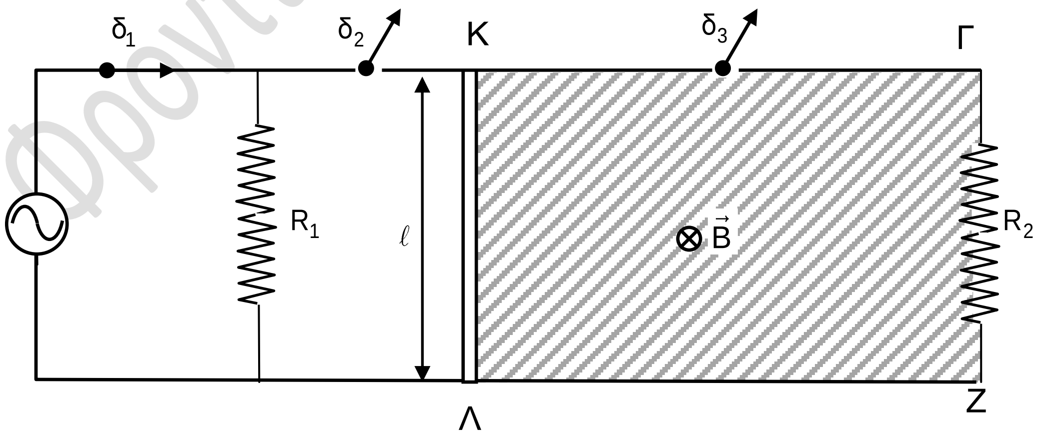
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \;\;\Rightarrow\;\; m_1\upsilon'_1 = (m_1+m_3)\upsilon_\kappa \Rightarrow \;\; m\upsilon'_1 = 2m\upsilon_\kappa \Rightarrow \; \frac{\sqrt{3}}{3}\upsilon = 2\upsilon_\kappa \Rightarrow \;\; \boldsymbol{\upsilon_\kappa} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{6}\upsilon}$$

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι:

$$\frac{K_\sigma}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m_1+m_3){\upsilon_\kappa}^2}{\frac{1}{2}m_1{\upsilon_1}^2} = \frac{2m{\upsilon_\kappa}^2}{m\upsilon^2} = \frac{1}{6}$$

Άρα Σωστή επιλογή είναι iii.

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Από την σχέση της μέσης ισχύος $P = \dfrac{V_{εν}^2}{R_1}$ είναι $V_{εν}^2 = P \cdot R_1$ ή $V_{εν} = 6\sqrt{2}\,V$

Το πλάτος της τάσης του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $V = V_{εν}\sqrt{2}$ ή $V = 12\,V$

Και η ενεργός έντασης του ρεύματος $I_{εν} = \dfrac{V_{εν}}{R_1}$ ή $I_{εν} = \sqrt{2}\,A$

Γ2.Οταν διπλασιάσουμε την συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος $f' = 2f$ είναι:

$\omega' = 2\pi f' = 2\pi(2f) = 2\omega = 100\pi \ rad/s$

Το νέο πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης θα είναι:

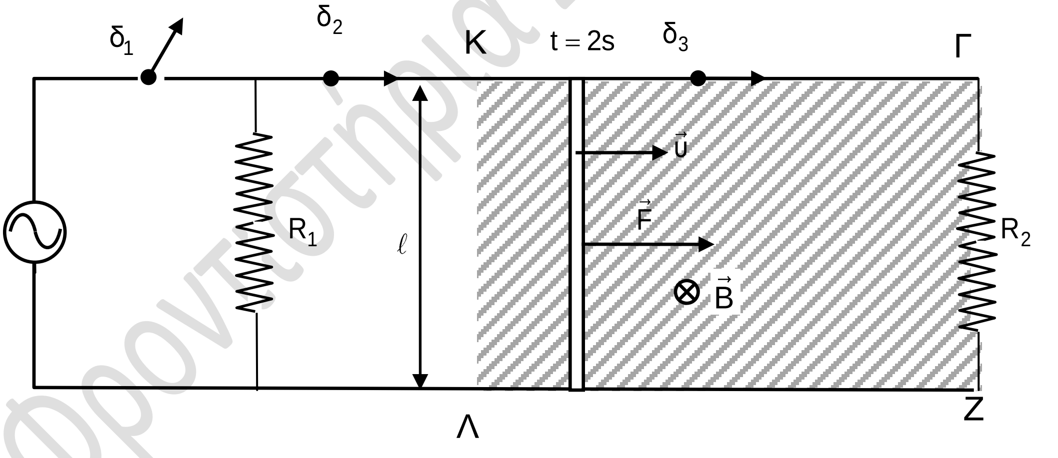
$V' = N \cdot \omega' \cdot B \cdot A = N \cdot 2\omega \cdot B \cdot A = 2V = 24V$

Το πλάτος της έντασης θα γίνει: $I' = \dfrac{V'}{R_1}$ ή $I' = 4\,A$ και χρονική εξίσωση της ισχύος είναι: $p = i^2 \cdot R_1 = I'^2 \cdot R_1\, ημ^2\omega' t$ ή $p = 96\, ημ^2(100\pi t)$ (S.I.)

Για την χρονική στιγμή $t_1 = 5 \cdot 10^{-3} s$ η τιμή της στιγμιαίας ισχύος είναι :

$p = 96\, ημ^2(100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}) = 96W$.

Γ3.



Ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$ και ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ στο κέντρο του αγωγού. Ο αγωγός εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για χρονικό διάστημα Δt_1=2s. Η επιτάχυνση που εμφανίζει είναι $\alpha = \dfrac{F}{m} = 1\,m/s^2$ και η ταχύτητα που έχει αναπτύξει στα δύο πρώτα δευτερόλεπτα είναι: $υ = \alpha \cdot \Delta t_1$ ή $υ = 2\,m/s$.

Ο αγωγός ΚΛ εμφανίζει στα άκρα του ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή της οποίας το μέτρο είναι

$$E_{\varepsilon\pi}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B\cdot\Delta A}{\Delta t}=\frac{B\cdot\ell\cdot\Delta x}{\Delta t}=\frac{B\cdot\ell\cdot\upsilon\cdot\Delta t}{\Delta t}=B\cdot\upsilon\cdot L$$

Όταν κλείσουμε τους διακόπτες δ_2 και δ_3 η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα

$$I=\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\frac{B\cdot\upsilon\cdot L}{R_{o\lambda}}$$

Και ασκείται σ αυτή δύναμη Laplace της οποίας το μέτρο είναι:

$$F_L=B\cdot I\cdot L=\frac{B\cdot E_{\varepsilon\pi}\cdot\ell}{R_{o\lambda}}=\frac{B^2\cdot\upsilon\cdot L^2}{R_{o\lambda}}\quad \mu\varepsilon\ R_{o\lambda}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}+R_{K\Lambda}\quad ή\quad R_{o\lambda}=4\Omega$$

Μόλις κλείσουν οι διακόπτες, η ταχύτητα του αγωγού είναι σταθερή (οριακή) είναι:

$$\Sigma F=0\quad ή\quad F-F_L=0\quad ή\quad F=\frac{B^2\cdot\upsilon\cdot L^2}{R_{o\lambda}}\quad ή\quad B=\sqrt{\frac{F\cdot R_{o\lambda}}{\upsilon\cdot L^2}}\quad ή\quad B=1T$$

Γ4. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στη ράβδο μετά τη χρονική στιγμή t_2=2s είναι:

$$E_{\varepsilon\pi}=B\cdot\upsilon\cdot L\quad ή\quad E_{\varepsilon\pi}=2V$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ράβδο είναι : $I=\dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}=\dfrac{B\cdot\upsilon\cdot L}{R_{o\lambda}}$ ή

$$I=0,5A$$

και η πολική τάση στα άκρα της $V_{K\Lambda}=E_{\varepsilon\pi}-I\cdot R_{K\Lambda}$ ή $V_{K\Lambda}=1V$

Η θερμότητα που εκλύεται στο χρονικό διάστημα από t_1=2s που κλείνει ο διακόπτης μέχρι t_2=5s είναι:

$$Q_{R_2}=\frac{V_{K\Lambda}^2}{R_2}\Delta t_2\quad ή\quad Q_{R_2}=1J$$

Η μετατόπιση της ράβδου είναι :

$$0\le t<2s\quad \Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha\cdot\Delta t_1^2\ \Delta x_1=2m\quad και$$

$$2s\le t<5s\quad \Delta x_2=\upsilon\cdot\Delta t_2\ \Delta x_2=6m$$

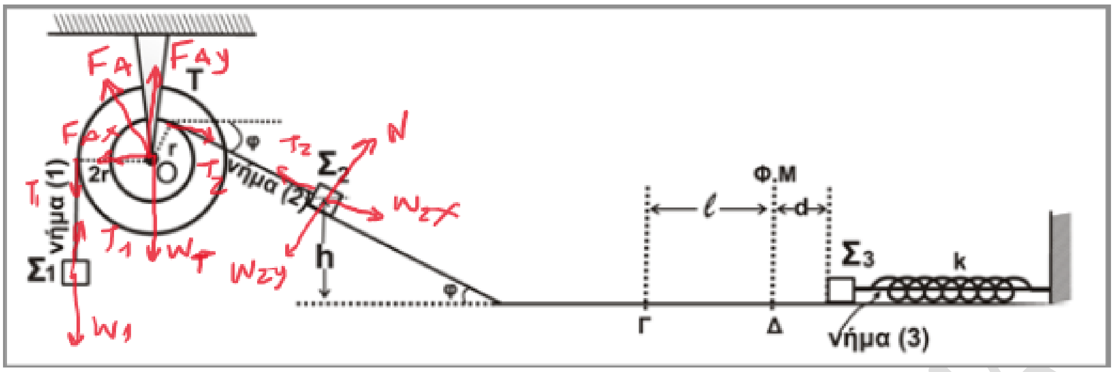
Το έργο της δύναμης F Είναι:

$$W=F\cdot\Delta x\cdot\sigma\upsilon\nu 0\quad ή\quad W=4J$$

Το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\pi\%=\frac{Q_{R_2}}{W}100\%=25\%$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1) Για την ισορροπία των Σ1 , Σ2 και της τροχαλίας ισχύει:

m_2: $\Sigma F_x=0 \Longrightarrow T_2 = W_{2x} \Longrightarrow T_2= m_2 g\eta\mu\varphi=30N$

τροχαλία: $\Sigma\tau_o=0 \Longrightarrow \tau_{T2}=\tau_{T1} \Longrightarrow T_2\, r = T_1\, 2r \Longrightarrow T_2=2T_1 \Longrightarrow T_1=15N$

$$\Sigma f_{\tau\rho o\chi}= 0 \Longrightarrow \begin{cases}\Sigma fx = 0\\ \Sigma fy = 0\end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} FAx = T2x\\ FAy = T1 + T2y + W\end{cases} \Longrightarrow \begin{matrix} FAx = 24N\\ FAy = 48N\end{matrix}$$

m_1: $\Sigma F=0 \Longrightarrow T_1=W_1 \Longrightarrow T_1=m_1 g \Longrightarrow \boldsymbol{m_1=1.5Kg}$

Η τροχαλία δέχεται από τον άξονα της δύναμη:

$$\boldsymbol{FA = \sqrt{FAx^2 + FAy^2} = 24\sqrt{5}N \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \varepsilon\varphi\Theta = \frac{F_{Ay}}{F_{Ax}} = 2}$$

Δ₂) Μετά το κόψιμο των νημάτων (1) και (2) το σώμα Σ_2 φθάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου με ταχύτητα:

$\Theta.M.K.E\ (A) \dashrightarrow (B)$: $K_{TE\Lambda} - K_{APX} = W_W \Longrightarrow \frac{1}{2}m_2 u^2 - 0 = m_2 gh \Longrightarrow u = 6m/s$

Την ίδια ταχύτητα θα έχει και στο σημείο Γ , αφού στο οριζόντιο επίπεδο κινείται με σταθερή ταχύτητα . Εφόσον η κρούση γίνεται στο Δ , τα σώματα Σ_2 και Σ_3 φθάνουν ταυτόχρονα εκεί.

Σ_2: $l = ut_1 \Longrightarrow t_1 = \frac{\pi}{10}s$

Σ_3: εκτελεί ΑΑΤ ξεκινώντας από ακραία θέση, οπότε:

$$t_1 = \frac{T}{4} \Longrightarrow T = 4t_1 \Longrightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m_3}{D}} = 4\frac{\pi}{10} \Longrightarrow \boldsymbol{D = 125N/m}$$

Δ₃) Το σώμα Σ_2 φθάνει στην κρούση με u=6m/s ενώ το Σ_3, αφού βρίσκεται στη Θ.Ι του θα έχει ταχύτητα:

$$u_{MAX} = u_3 = \omega\, A = \sqrt{\frac{D}{m_3}}A \Longrightarrow \boldsymbol{u_3 = 1m/s}$$

Η κρούση που ακολουθεί είναι κεντρική ελαστική και $m_2=m_3=5Kg$, οπότε τα σώματα θα ανταλλάξουν ταχύτητες:

$$|u_3'| = |u_2| = \frac{6m}{s}$$

Η παραπάνω ταχύτητα $|u_3'| = \frac{6m}{s}$ θα είναι η μέγιστη ταχύτητα στην νέα ταλάντωση του m_3, αφού θα βρίσκεται στην Θ.Ι του.
Οπότε: $u'_{MAX} = u'_3 = \omega A' \Longrightarrow \boldsymbol{A'}$ **= 1,2m**

Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ έχει τη μορφή:

$$\chi = A'\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Την t_0 =0s το σώμα βρίσκεται στη θέση χ=0 και έχει αρνητική ταχύτητα , οπότε **φ_0=π rad**

Και $\omega = \sqrt{\frac{D}{m_3}} \Longrightarrow \boldsymbol{\omega} = \frac{\boldsymbol{5rad}}{\boldsymbol{s}}$

Και τελικά : $\boldsymbol{\chi = 1,2\eta\mu(5t + \pi),\ \ S.I}$

Δ4. Ισχύει : $\frac{\Delta P_3}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx$ (1)
Όταν $K=8U_{TAΛ}$ ισχύει : Α.Δ.Ε.Τ $E_{ολ} = K+U_{TAΛ}$ ή $E_{ολ} = 8U_{TAΛ} + U_{TAΛ}$ ή $E_{ολ} = 9U_{TAΛ}$
$\rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 9\frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow x = \pm\frac{A'}{3}$ οπότε πρώτη φορά μετά την κρούση θα περάσει από την θέση $x = -\frac{A'}{3} = -0.4m$
Τελικά (1) $\frac{\Delta P_3}{\Delta t} = -125\ (-0.4) = 50N$
Επίσης $\left|\frac{\Delta P_3}{\Delta t}\right| = |\Sigma F\ u| = |-Dxu|$ (2) αλλά στην θέση χ=-0.4m ισχύει $K=8U_{TAΛ}$
$\frac{1}{2}m_3u^2 = 8\frac{1}{2}Dx^2 \rightarrow\ 5u^2 = 8 \times 1250.4^2$ άρα $u = \pm 4\sqrt{2}m/s$
Τελικά (2) $\left|\frac{\Delta K_3}{\Delta t}\right| = 125 \times 0.4 \times 4\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\ j/s$

Δ5. Το σώμα $Σ_3$ θα περάσει από τη Θ.Φ.Μ για πρώτη φορά μετά την κρούση σε Δt = $\frac{T}{2}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 0{,}4\pi\ s$$

Οπότε Δt =0,2$\pi\ s$.
Σε αυτό το χρονικό διάστημα το m_2 εκτελεί Ε.Ο.Κ με $\upsilon_2' = 1m/s$ και θα έχει διανύσει απόσταση $S = \upsilon_2' \cdot \Delta t = 0{,}2\pi m = 0{,}628m$
Εφόσον η κρούση έγινε στη Θ.Φ.Μ τα σώματα απέχουν $S = \boldsymbol{0{,}628m}$

Επιμέλεια:

ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ ΜΑΡΙΝΑ, ΜΠΟΥΛΙΕΡΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ, ΛΑΖΑΡΙΔΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ, ΖΑΦΕΙΡΑΚΟΓΛΟΥ ΑΠΟΣΤΟΛΗΣ, ΘΕΟΔΩΡΟΓΙΑΝΝΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ, ΚΥΡΙΑΚΑΚΙΣ ΓΙΩΡΓΟΣ, ΜΠΑΚΑΛΑΚΗΣ ΚΩΣΤΑΣ, ΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ ΑΓΓΕΛΙΚΗ, ΜΙΧΟΥ ΜΑΡΙΑ, ΤΡΑΜΠΑΚΟΣ ΕΜΜΑΝΟΥΗΛ, ΠΙΣΧΙΝΑΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ, ΚΟΚΚΩΝΑΣ ΚΩΣΤΑΣ, ΣΤΕΡΓΙΟΠΟΥΛΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ, ΒΑΣΙΛΕΙΥ ΔΗΜΗΤΡΗΣ, ΧΑΝΤΖΟΠΟΥΛΟΣ ΓΡΗΓΟΡΗΣ, ΣΙΩΜΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ: Πειραιά, Κερατσίνι, Παγκράτι Κέντρο, Θεσσαλονίκη Τούμπα, Βούλα, Αλεξανδρούπολη, Περιστέρι Κέντρο, Ηράκλειο Κρήτης, Αμφιάλη, Μοσχάτο, Βριλήσσια, Καβάλα, Λαμία, Πετρούπολη, Θεσσαλονίκη Πεύκα