ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό Βιβλίο σελ. 31

Α2. **α)** Σχολικό Βιβλίο σελ. 65

β) Σχολικό Βιβλίο σελ. 87

Α3. **α.** ΛΑΘΟΣ

β. ΛΑΘΟΣ

γ. ΣΩΣΤΟ

δ. ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ Β

Β1) f παραγωγίσιμη στο R ως πολυωνυμική με: $f'(x) = x^2 - 6x + 5$

Β2) $f'(x) = 0 => x^2 - 6x + 5 = 0 => x_1 = 1, x_2 = 5$

$f'(x) > 0 => x^2 - 6x + 5 > 0 => x \in (-\infty, 1)U(5, +\infty)$

$f'(x) < 0 => x^2 - 6x + 5 < 0 => x \in (1.,5)$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, 1]$ και $[5, +\infty)$

Και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [1,5].

Παρουσιάζει ολικό μέγιστο για $x = 1$ ίσο με το $f(1) = \frac{8}{3}$

Και ολικό ελάχιστο για $x = 5$ ίσο με το $f(5) = -58$

Β3) Έστω (ε) $y = \lambda x + \beta$ η εφαπτόμενη της Cf στο σημείο της με τετμημένη $x = 0$.

$f(0) = \frac{1}{3}$, άρα έχουμε το Α(0,$\frac{1}{3}$) ως σημείο επαφής.

$\lambda = f'(0) = 5 => y = 5x + \beta$

$A\left(0,\frac{1}{3}\right) \in (\varepsilon) => \beta = \frac{1}{3} => y = 5x + \frac{1}{3}$ η ζητούμενη ευθεία.

B4) $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h} = f'(-1) = 12$ από τον ορισμό του ορίου της παραγώγου.

Επιμέλεια:

Πασχάλης Νίκας, Καραμπετάκη Δομνίκη, Σκουλάξενος Βαγγέλης, Νικηφόρος Μανώλης, Φορτούνη Μαρία-Ανδριάννα, Ελευθεράκης Παναγιώτης, Ανυφαντάκη Μαρίνα, Στάκα Ευαγγελία, Χασαλεύρης Θάνος

και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ: Πειραιάς, Καβάλα, Διαδικτυακό, Μοσχάτο, Ηράκλειο Κρήτης, Κατερίνη, Περιστέρι Κέντρο

Θέμα Γ

Γ1 $s=\lim_{x\to 1}\frac{x^2+6x-7}{2x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+7)}{2(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+7}{2}=4$

Άρα $s=4$

Γ2. $CV=20\% \Rightarrow \frac{s}{\bar{x}}\cdot 100=20 \Rightarrow \frac{4}{\bar{x}}\cdot 10\cancel{0}=2\cancel{0}$

$\frac{40}{2}=\bar{x} \Rightarrow \bar{x}=20$

Γ3. Θα πρέπει $\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=20 \Rightarrow \frac{22+18+20+k+14+16}{5}=20$

$\Rightarrow 90+k=100 \Rightarrow k=10$ Άρα οι τιμές της θερμοκρασίας κατά αύξουσα σειρά είναι

14, 16, 18, 22, 30 επομένως $\delta=x_3=18$

Γ4 Οι νέες τιμές της θερμοκρασίας y_i δίνονται από την σχέση.

$y_i=x_i+0{,}1x_i \Rightarrow y_i=1{,}1x_i$

Οπότε $\bar{y}=1{,}1\bar{x} \Rightarrow \bar{y}=1{,}1\cdot 20 \Rightarrow \bar{y}=22$

$s_y=1{,}1s_x \Rightarrow s_y=1{,}1\cdot 4 \Rightarrow s_y=4{,}4$

Άρα $CV=\frac{s_y}{\bar{y}}\cdot 100\%=\frac{4{,}4}{22}\cdot 100\%=20\%$

ή

$CV_y=\frac{s_y}{\bar{y}}100\%=\frac{1{,}1s_x}{1{,}1\bar{x}}100\%=\frac{s_x}{\bar{x}}100\%=CV_x$

Δ1| Από το πυθαγόρειο θεώρημα Για $x>0$, $y>0$

$$AB^2 = OA^2+OB^2 \Rightarrow 100 = x^2+y^2 \Rightarrow y^2 = 100-x^2 \Rightarrow y=\sqrt{100-x^2}$$

Άρα $y=f(x)=\sqrt{100-x^2}$.

Θα πρέπει $100-x^2 \geq 0 \Rightarrow 100 \geq x^2 \Rightarrow 10 \geq |x| \overset{x>0}{=}$ $\cancel{x\leq 10}$

$10 \geq x \geq 0$ άρα $A=[0,10]$

Δ2| $f'(x)=\dfrac{-2x}{2\sqrt{100-x^2}}$ άρα $\cancel{f'(x)}$. $f'(8)=\dfrac{-16}{2\sqrt{36}}=-\dfrac{16}{12}=$

$=-\dfrac{4}{3}$ μ./μ

Δ3| $$\lim_{x\to 6}\frac{f(x)-8}{x-6}=\lim_{x\to 6}\frac{\sqrt{100-x^2}-8}{x-6}=$$

$$=\lim_{x\to 6}\frac{36-x^2}{(x-6)\left(\sqrt{100-x^2}+8\right)}=\lim_{x\to 6}\frac{(6-x)(6+x)}{(x-6)\left(\sqrt{100-x^2}+8\right)}=$$

$$=-\lim_{x\to 6}\frac{6+x}{\sqrt{100-x^2}+8}=-\frac{12}{16}=-\frac{3}{4}$$

Δ4| Η $f'(x)=\dfrac{-2x}{2\sqrt{100-x^2}}<0$ άρα f γνησίως φθίνουσα

για $x\in[0,10]$ άρα.

$2,3<2,8<3,5 \Rightarrow$

$x_1<x_3<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_3)>f(x_2)$